E.N.I.B 2ème année. Devoir de Mécanique n° 3.

Documents interdits (à l'exception de l'aide mémoire fourni avec le sujet).

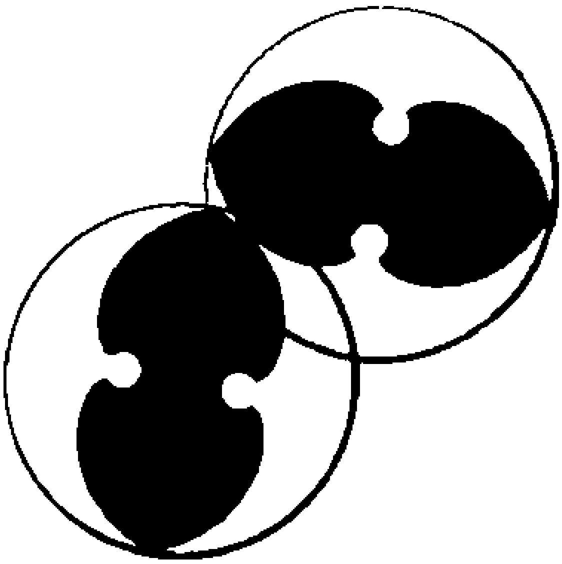
CASIO *fx-92 autorisée.*

LES RESULTATS DOIVENT ETRE JUSTIFIES ! REDIGER AVEC SOIN !

---

1 L'engrenage paradoxal (5 pts)

L'engrenage paradoxal dont il est question ici est visible en salle 110.

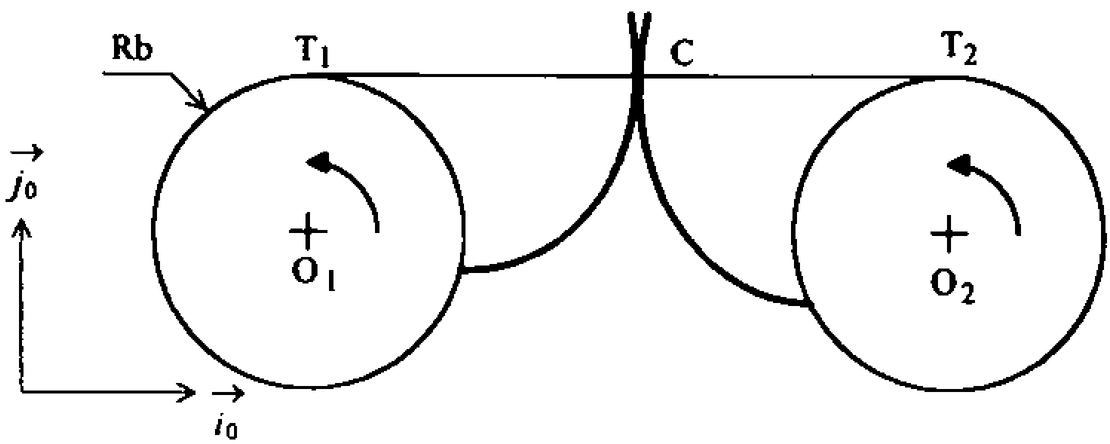


Les deux roues cylindriques à denture extérieure tournent dans le même sens et à la même vitesse ! Etonnant ! Non ?

Dans cet engrenage, les efforts sont transmis selon la ligne de conduite T_1T_2 qui est parallèle à la ligne des centres O_1O_2 des roues dentées .

Le profil des dents est la développante du cercle de rayon Rb (rayon de base).

Le point de contact entre les dents est noté C.



☐ **1 - (2 pts)** La vitesse des roues dentées par rapport au référentiel fixe R_0 est égale à ω_{10} $(=\omega_{20})$, notée simplement ω.

Exprimer la vitesse de rotation ω_{21}. Quel est le mouvement 2/1.

Placer les C.I.R. I_{10}, I_{20} et I_{21}.

☐ **2 - (3 pt)** Exprimer dans R_0 le vecteur vitesse de glissement au contact entre les dentures, en fonction de ω et E qui mesure l'entraxe O_1O_2.

2 *RRB !* (9 pts)* — ** Roulement Rigide à Billes.*

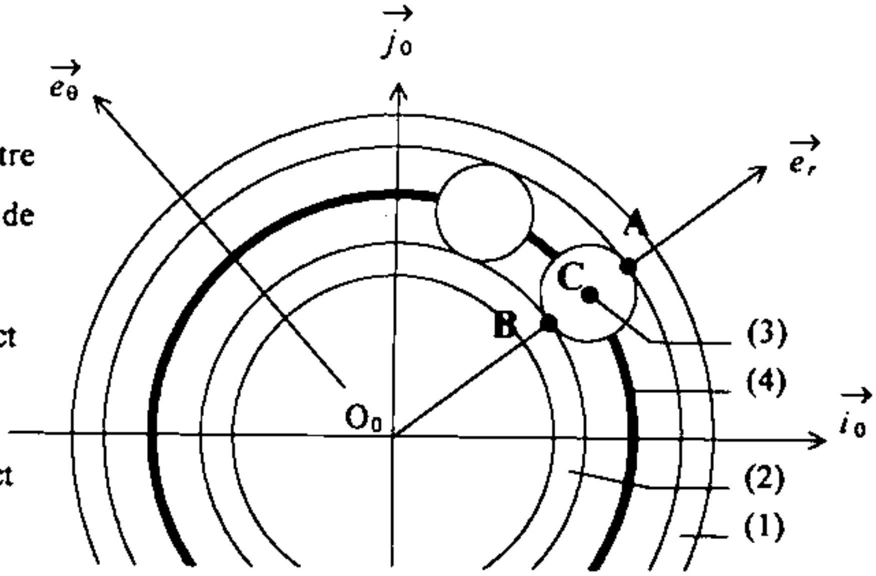
Il s'agit d'un problème plan. Un roulement à billes est constitué

— d'une bague intérieure (BI) indicée (2) sur laquelle…

— d'une bague extérieure (BE) indicée (1) à l'intérieur de laquelle…

— … roulent des billes (indice (3)) … maintenues dans une cage (4).

Sur la figure ci-contre C désigne le centre de la bille (3), A le point de contact (3)/(1), B le point de contact (3)/(2).



Toutes les billes ne sont pas représentées, ainsi que vous l'aurez remarqué !

Au besoin, définissez sur votre copie, une figure de travail sur laquelle vous porterez les indications que vous jugerez utiles.

Par rapport au référentiel fixe R_0,

— la bague intérieure tourne à la vitesse ω_{20}.

— la bague extérieure tourne (et oui, elle aussi !) à la vitesse ω_{10}.

— la cage tourne à la vitesse ω_{40}

— tout ça autour de l'axe fixe $(O_0, \vec{k_0})$

Par rapport au référentiel mobile R_4

— la bille (3) tourne à la vitesse $\omega_{3/0}$,

— autour de l'axe mobile $(C, \vec{k_0})$.

Dans le repère d'écriture $\left(O_0, \vec{e_r}, \vec{e_\theta}, \vec{k_0}\right)$:

☐ **2.1 -**

Ecrire $\overrightarrow{v(A)}_{1/0}$ en fonction de $\omega_{1/0}$ et du rayon O_0A, noté plus simplement R_1.

Ecrire $\overrightarrow{v(B)}_{2/0}$ en fonction de $\omega_{2/0}$ et du rayon O_0B, noté plus simplement R_2.

Ecrire $\overrightarrow{v(C)}_{4/0}$ en fonction de $\omega_{4/0}$ et du rayon O_0C, noté plus simplement R_4.

En déduire $\overrightarrow{v(C)}_{3/0}$!

☐ **2.2** -

Ecrire $\overrightarrow{v(A)}_{3/0}$ en fonction de $R_4, \omega_{4/0}, \omega_{3/0}$ et du rayon CA, noté simplement r_3.

Ecrire $\overrightarrow{v(B)}_{3/0}$ en fonction de $R_4, \omega_{4/0}, \omega_{3/0}$ et du rayon CB, déjà noté r_3.

☐ **2.3** -

Développer la condition de roulement sans glissement en A : $\overrightarrow{v(A)}_{3/1} = \vec{0}$ et...

développer la condition de roulement sans glissement en B : $\overrightarrow{v(B)}_{3/2} = \vec{0}$.

En déduire $\omega_{3/0}$ et $\omega_{4/0}$ en fonction de $R_1, R_2, \omega_{1/0}$ et $\omega_{2/0}$.

☐ **2.4** -

Applications numériques :

1er cas :

Avec $R_1 = 52\,mm$, $R_2 = 34\,mm$, $N_{1/0} = 0$ tr/min., $N_{2/0} = 1500$ tr/min., calculer $\omega_{3/0}$ et $\omega_{4/0}$.

2ème cas :

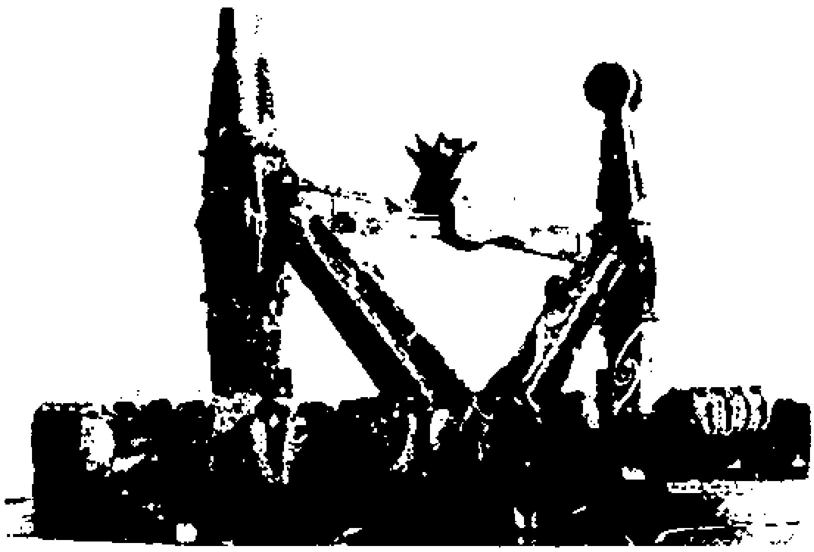
Mêmes dimensions.

Même $N_{2/0}$.

Calculer la vitesse $N_{1/0}$ permettant d'obtenir $\omega_{3/0} = 0$. Puis calculer $\omega_{4/0}$.

Quel nom donnez-vous au mouvement de la bille (3) par rapport au référentiel fixe (0) ?

3 Vortex... * (14 pts)



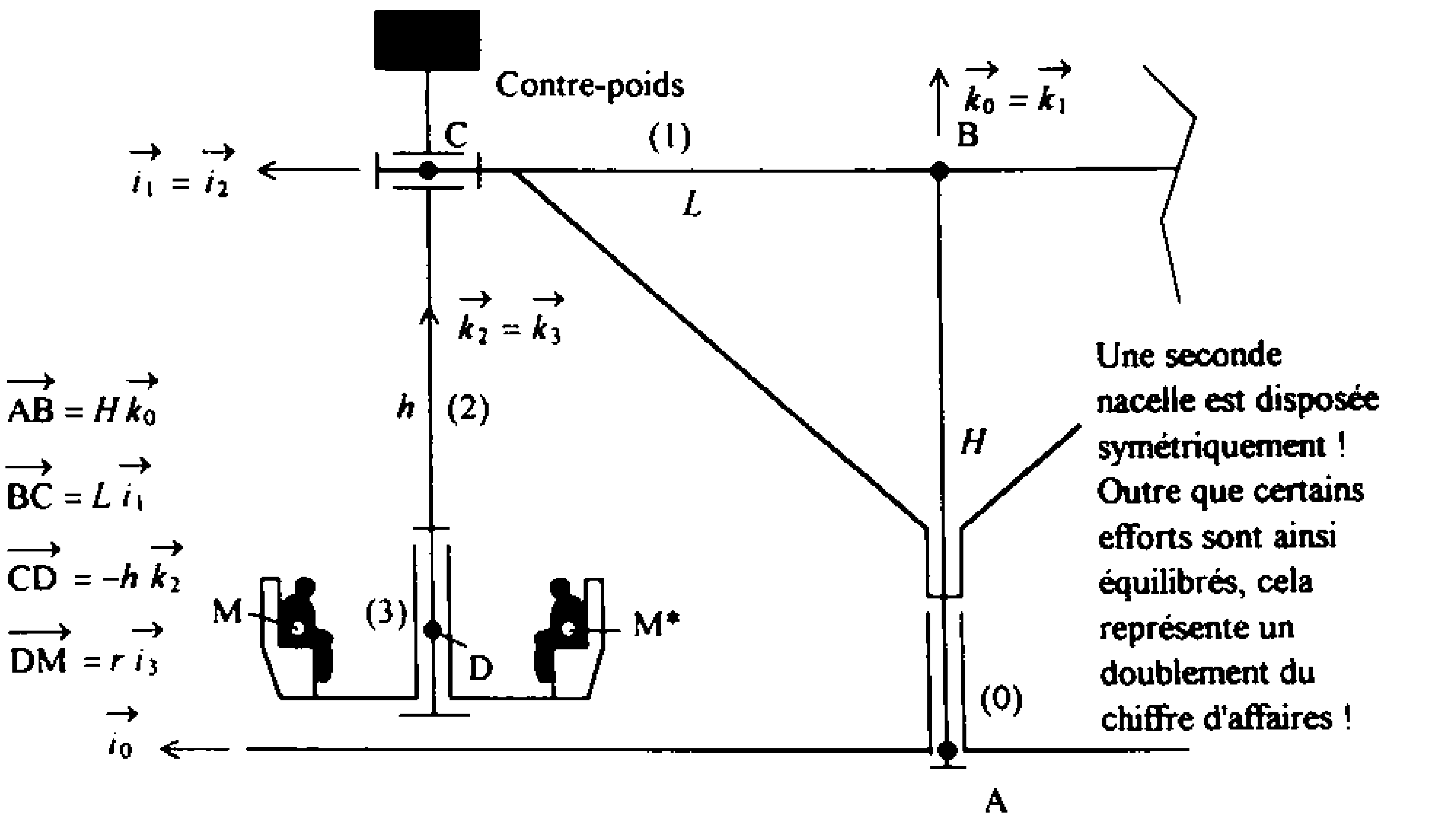
Un petit tour de manège ? Enchanté ! Vortex fut la principale nouveauté de la foire aux manèges de l'hiver dernier, en pays brestois !

Ce manège comprend une nacelle (3) à l'intérieur de laquelle prennent place 16 fêtards ! Elle est articulée sur un bras (2), autour de l'axe mobile $(C, \vec{k_2} = \vec{k_3})$.

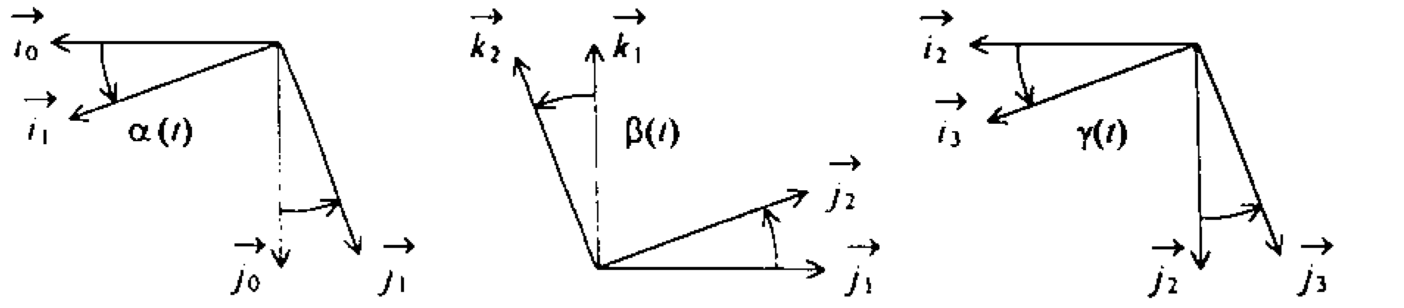
Ce bras est lui-même articulé sur un support (1), autour de l'axe mobile $(B, \vec{i_1} = \vec{i_2})$.

Enfin, le support est guidé en rotation par rapport au référentiel fixe (0) autour de l'axe... fixe $(A, \vec{k_1} = \vec{k_0})$.

En fait, il existe encore un petit mouvement destiné à rendre les effets plus remarquables, mais...« il suffit ! ».



Paramétrage des rotations :



A des fins de premières simplifications, nous supposerons dés le début du problème que $\alpha(t) = \beta(t) = \gamma(t) = \omega t$ pendant la phase la plus ludique qui est celle que nous étudions.

Dans le systeme d'axes qui vous semble le plus naturel, ecrire

☐ **3.1** $\overrightarrow{v(D)}_{3\,2}$, puis

$\overrightarrow{v(D)}_{2\,1}$, en remarquant que C est fixe dans le mouvement 2/1,

$\overrightarrow{v(D)}_{1\,0}$, en remarquant que B est fixe dans le mouvement 1/0

☐ **3.2 A partir de maintenant, les expressions seront à écrire dans R_1.** Ecrire

$\overrightarrow{v(D)}_{3\,0}$,

$\overrightarrow{\Omega_{3\,0}}$.

☐ **3.3** Développer l'expression de la vitesse $\overrightarrow{v(M)_{3\,0}}$.

Note : après avoir répondu à la question précédente, il vous reste à exprimer $\overrightarrow{DM} = r\,\overrightarrow{i_3}$ dans le référentiel R_1 pour effectuer ce calcul.

☐ **3.4 A des fins de nouvelles simplifications, nous supposerons maintenant que nous avons $h \approx L$ et nous poserons $r = \lambda L$.**

Exprimer $\overrightarrow{v(M)_{3/0}}$ en fonction de L, de λ de ω et des paramètres angulaires α, β et γ.

Poursuivre et calculer $\overrightarrow{a(M)_{3/0}}$...

☐ **3.4** - *Applications numériques :*

$L = 3,5$ m $\qquad \lambda = 0,5 \qquad \omega = \frac{\pi}{2}$ rad/s.

A 2π près, les positions des personnages M et M* représentées sur le schéma correspondent à :

$M \rightarrow (\alpha = 0, \beta = 0, \gamma = 0)$ $\qquad$ $M^* \rightarrow (\alpha = 0, \beta = 0, \gamma = \pi)$

Calculer les vitesses $\overrightarrow{v(M)_{3\,0}}$ et $\overrightarrow{v(M^*)_{3\,0}}$, puis les accélérations $\overrightarrow{a(M)_{3/0}}$ et $\overrightarrow{a(M^*)_{3/0}}$.

Comparer les modules (?) des accélérations à l'intensité du champ de gravitation terrestre (au voisinage de Brest) : $g = 9,81$ m/s^2.