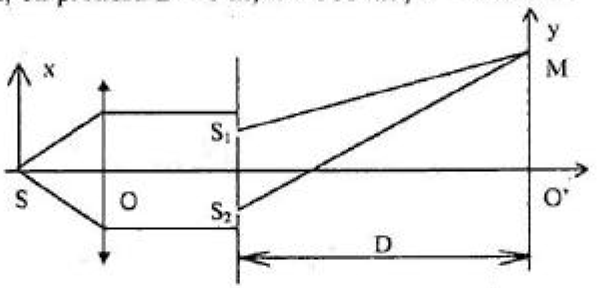
NOM & Prénom :

OPTIQUE (3AE)	**Contrôle d'Optique**	**Avril 2002** documents autorisés

I. Interféromètre de Young (dans le vide).

Une source ponctuelle monochromatique S de longueur d'onde dans le vide λ (nombre d'onde $\sigma = 1/\lambda$) éclaire à l'aide d'une lentille convergente (de centre O et de focale **f '**) un écran percé de deux trous, selon le montage représenté ci-dessous et réalisé dans le vide (indice 1). Les trous se comportent comme des sources ponctuelles synchrones, alignées selon une verticale, et notées de haut en bas S_1, S_2. On posera $S_1S_2 = \mathbf{a}$. L'observation a lieu dans un plan situé à grande distance **D**, parallèle à S_1S_2 et perpendiculaire au rayon moyen. La source S est placée au foyer objet de la lentille, les points S, O et O' sont alignés selon l'axe des z. On s'intéresse à l'étude des phénomènes d'interférences dans la direction O'y parallèle à S_1S_2. Pour les applications numériques, on prendra D = 1 m, λ = 500 nm, f ' = 50 mm.



1°) En un point courant M de l'axe O'y repéré par sa coordonnée y, on cherche à déterminer l'intensité totale résultant de la superposition des vibrations provenant de S_1 et de S_2. On notera $\delta = S_2M - S_1M$. Au moyen d'un développement limité, exprimer δ en fonction de a, y et D.

2°) Les deux vibrations ont la même amplitude en S_1, S_2 ($A'_1 = A'_2$). Pour $i \in \{1,2\}$, on note $A_i = A'_i \exp[-j\, 2\pi\, \sigma\, S_iM]$, où A_i représente l'amplitude au point M de la vibration émise par S_i.

a / Montrer que les amplitudes vérifient : $A_2 = A_1 \exp[-j\, 2\pi\, \sigma\, \delta]$.

b / Calculer l'amplitude totale au point M : $A_{(M)} = A_1+A_2$ en fonction de A_1, σ, δ. En déduire l'intensité $I_{(M)} = (\varepsilon_0/2)\ c\ |A_{(M)}|^2$ en fonction des mêmes paramètres et de $I_1 = (\varepsilon_0/2)\ c\ |A_1|^2$.

c / Tracer l'*intensité réduite* $F_{(M)} = I_{(M)}/(I_1+I_2)$ en fonction de y. Calculer l'*interfrange* Δy et la *modulation* ***M*** définie par : $\boldsymbol{M} = (I_{Max}-I_{min})/(I_{Max}+I_{min})$.

3°) Les deux fentes S_1 et S_2 sont à présent translatées vers le haut d'une même (petite) distance b. Comment $F_{(M)}$ se trouve-t-elle affectée par cette translation ? Quelle est sa valeur en y = 0 ?

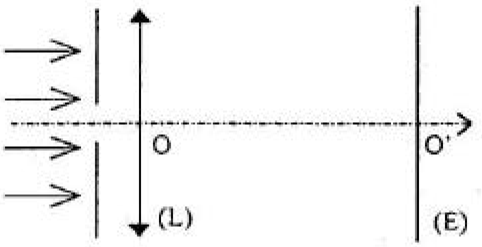
NOM & Prénom :

4°) Les fentes sont remises en position initiale, mais la source est désormais bichromatique, avec deux radiations de même intensité, non cohérentes mutuellement, de nombres d'onde σ_1 et σ_2, avec $\sigma_2 > \sigma_1$ ($\lambda_2 < \lambda_1$). On constate que la 19° frange brillante à σ_1, comptée à partir du centre *inclus*, correspond à la 20° frange brillante à σ_2 (on parle de *coïncidence*). Que vaut le rapport σ_2/σ_1 ? Quel est, exprimé en nombre d'onde, l'écart relatif $(\Delta\sigma/\sigma) = |\sigma_2 - \sigma_1|/\sigma_1$?

Si $\lambda_1 = 500$ nm, quels sont, exprimés en longueur d'onde, les écarts relatif $(\Delta\lambda/\lambda) = |\lambda_2 - \lambda_1|/\lambda_1$ et absolu $\Delta\lambda = |\lambda_2 - \lambda_1|$ correspondants ?

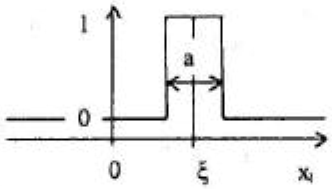
5°) La source principale est à nouveau monochromatique à λ, mais translatée dans son plan d'une petite quantité verticale x. Établir la nouvelle expression de δ en fonction de f ', x, a, y et D. De combien se décale le système de franges ? Quelle est la valeur x_0 de la translation de la source pour laquelle ce décalage est exatement égal à un demi-interfrange (soit $\Delta y/2$) ?

II. Diffraction à l'infini.



Une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ_0 (dans le vide) arrive sur une fente fine unidimensionnelle disposée devant une lentille convergente (L) de centre O et de distance focale image f. Les rayons sont orientés parallèlement à l'axe optique de la lentille et la figure de diffraction « à l'infini » est observée dans un plan d'observation (E) centré sur O', situé à l'arrière de (L) et dont les dimensions sont très grandes devant celles du diaphragme de diffraction.

La répartition du champ dans le plan de la fente diffractante est notée $w_1(x_1) = E_0\, t(x_1)$, où $t(x_1)$ est la fonction de transparence en amplitude de la fente. Pour une fente mince unique de largeur a, centrée à l'abscisse ξ, la transmission s'écrit donc :

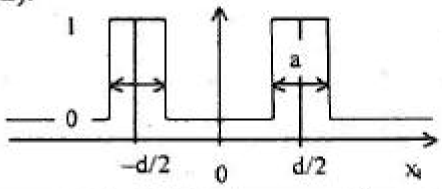


$t(x_1) = 1$ si $x_1 \in [\xi - a/2, \xi + a/2]$;
$t(x_1) = 0$ ailleurs.

1°) À quelle distance OO' de la lentille doit-on placer l'écran pour observer la figure de diffraction à l'infini dans de bonnes conditions ?

2°) Exprimer l'amplitude $w(x)$ du champ diffracté dans le plan (E) en fonction du paramètre ξ et tracer l'allure de la tache de diffraction observée. Quelle est la largeur de la tache centrale ?

3°) On place dans le plan du diaphragme de diffraction deux fentes parallèles identiques de largeur a, centrées respectivement en $\xi = d/2$ et $\xi = -d/2$, avec $d > a$. En vertu du principe de superposition, exprimer l'amplitude résultante dans le plan (E).



NOM & Prénom :

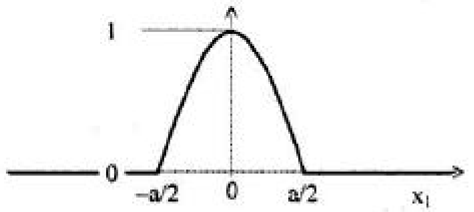
4°) On suppose $d = 10\,a$. Montrer que l'intensité observée dans le plan (E) peut s'écrire sous la forme du produit d'une fonction sinusoïdale (dont on précisera la période δx) par une enveloppe lentement variable dont on rappellera l'expression. Combien de franges brillantes observe-t-on dans la tache centrale ?

5°) On suppose $d = 2a$. Tracer l'allure de la figure de diffraction observée.

6°) On suppose à nouveau $d = 10\,a$, et l'on translate en bloc le système des deux fentes d'une quantité b vers les x_1 positifs. Les deux fentes sont donc centrées en $b + d/2$ et en $b - d/2$. Que devient l'intensité observée dans le plan (E) ? Existe-t-il des valeurs de b pour lesquelles on peut observer un minimum de lumière en $x = 0$?

7°) On attaque à présent la fente avec deux ondes planes monochromatiques superposées, non cohérentes mutuellement, sous incidence normale, de longueurs d'onde respectives λ_1 et λ_2 ($\lambda_1 < \lambda_2$). On constate que la $10^{ème}$ annulation à λ_1 correspond à la $9^{ème}$ annulation à λ_2. Que peut-on dire du rapport λ_2/λ_1 ?

8°) La fonction de transparence de la fente est supposée modulée en amplitude.



La transmission s'écrit désormais :

$t(x_1) = \cos[2\,\pi\, x_1/a]$ si $x_1 \in [-a/2, +a/2]$;
$t(x_1) = 0$ ailleurs.

Exprimer l'amplitude w(x) du champ diffracté dans le plan (E) et tracer l'allure de la tache de diffraction observée. Quelle est l'intensité maximale ? Quelle est la largeur de la tache centrale ? Comparer qualitativement aux résultats de la question 2°).